

---

**O UNIVERSO HOMOGÊNEO E SUA EXPANSÃO****EXERCÍCIO 1.** O começo e o destino do universo.

1. Mostre que no contexto do universo de FRW em expansão, se  $\rho + 3P$  sempre for positivo, que o universo começou de um universo menor e mais denso. Mostre que isso resulta em ter uma singularidade do Big Bang no passado. Faça gráficos de quantidades como  $a(t) \times t$  ou outras que julgar necessárias para ilustrar.
2. Mostre como será o futuro do nosso universo se ele evoluir dominado por uma constante cosmológica, com  $\omega = -1$  (pode assumir que toda a densidade de energia está nessa componente).
3. Desafio: Você consegue pensar como evitar que tenhamos uma singularidade no começo do universo? Teria alguma condição que permitiria isso ou uma componente que poderia ajudar a evitar a singularidade. Se sim, teria algum problema com essa solução?

**EXERCÍCIO 2.** Horizontes

A velocidade da luz é uma constante física universal. Nada pode se mover mais rápido que a luz. Fótons (radiação) se movem na velocidade da luz (no vácuo).

Uma vez que a velocidade da luz é constante e o universo está se expandindo, existe um limite para o que é acessível; para um observador qualquer no nosso universo. Esse limite do que pode ser observável é conhecido como *horizonte*.

1. Lembrado que a distância própria comóvel para o quanto a luz pode viajar é dada por  $d\chi = cd\eta = c dt/a(t)$ , qual é a porção do universo que podemos observar hoje em dia, nosso universo observável?
2. Usando a distância própria, qual o raio do volume do espaço tempo que contém todos os eventos que poderão ser observados no futuro? Um observador(a) no futuro poderá ser influenciado(a) por evento fora desse horizonte?